

EXERCICE N° 1

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :

Soit $f(x) = 2x^4 + 2x^2 + 3x - 1$

$g(x) = ax^3 + bx^2 + 4x$ ou $a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$

$h(x) = \alpha x^4 - 2x^2 + 4x - 1$ $\alpha \in \mathbb{R}$

- 1) (-1) est une racine de f
- 2) f peut avoir 5 racines distincts
- 3) Zéro est une racine de g
- 4) Le degré de g est 3
- 5) Le degré de $f+h$ est 4
- 6) On peut trouver α tel que le degré de $f+h$ est 1
- 7) Si $x^2 - x \geq 1$ alors $S_{\mathbb{R}} =]-\infty, 1]$.
- 8) Si $\frac{4}{x} \leq 3 - 2x$ alors $S_{\mathbb{R}} = [-1, 1]$.

EXERCICE N°2

Soit les polynômes $P(x) = -2x^2 - 3x + 5$, $G(x) = x^2 + 5x + 6$ et

$Q(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$

- 1) a) Factoriser les polynômes $P(x)$ et $G(x)$
 - b) Vérifier que 1 et (-2) sont des racines de Q
 - c) Déduire la factorisation de Q en produit des binômes de 1^{er} degré
- 2) Soit la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$
 - a) Déterminer l'ensemble de définition (D_f) de f
 - b) Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = \frac{-2x-5}{(x+2)^2(x+3)}$
 - c) Soit $H(x) = \sqrt{f(x)}$; Déterminer l'ensemble de définition de H
 - d) Résoudre dans \mathbb{R} : $H(x) = \sqrt{x-2012}$

EXERCICE N°3

Soient $P(x) = 4x^3 + x^2 - 11x + 6$ et $Q(x) = x^4 + 2x^3 - x - 2$

- 1) a) Vérifier que 1 et -2 sont des racines des polynômes P et Q
b) A ton $P(x) = Q(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$? Justifier votre réponse.
- 2) a) Vérifier que $P(x) = (x-1)(x+2)(4x-3)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
b) Déterminer trois réels a, b et c tel que pour tout réel x de \mathbb{R} , on a :
 $Q(x) = (x-1)(x+2)(ax^2 + bx + c)$
c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$
- 3) Déterminer le signe de l'expression $x^4 + 6x^3 + x^2 - 12x + 4$

EXERCICE N°4

On donne $A(x) = x^3 - 27$ et $B(x) = x^2 + 9x - 36$ où x est un réel

- 1) Factoriser A(x) et B(x)
- 2) Résoudre dans \square :
 - a) $A(x) = B(x)$
 - b) $A(x) - B(x) > 0$
 - c) Sans calcul, déterminer le signe de $A(2013) - B(2013)$
- 3) Soit $P(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$
 - a) Déterminer D_f , l'ensemble de définition de P(x)
 - b) Résoudre dans \square : $P(x) \leq 0$
- 4) a) Résoudre dans \square : $B(x^2) = 0$
b) Factoriser $B(x^2)$; puis résoudre : $B(x^2) < 0$

EXERCICE N°5

- 1) Soit P le polynôme défini par: $P(x) = x^2 - 5x + 4$.
 - a) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $P(x) = 0$
 - b) Déterminer le signe de P(x).
 - c) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $|P(x)| < x - 1$
- 2) Soit Q le polynôme défini par : $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$
 - a) Factoriser $x^3 - 8$ puis déduire que $Q(x) = (x - 2) P(x)$.
 - b) Déterminer le signe de Q(x).
 - c) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $\sqrt{Q(x)} \geq x - 2$